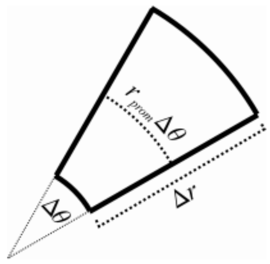
ACTIVIDAD #14- SUMAS DE RIEMANN Y COORDENADAS POLARES

Nombre:____ Sección:____________

1. Considere el rectángulo polar dado por $R=\{(r,\theta)|4\le r\le 6, \pi/8\le\theta\le 3\pi/8\}$. Recuerde que el largo de un arco de círculo es $r\Delta\theta$ donde *r* es el radio y $\Delta\theta$ es la medida del ángulo (que sustenta el arco) en radianes. El área de un rectángulo polar *R* está dada por el largo, $r_{\text{prom}}\Delta\theta$, del arco de círculo promedio en el rectángulo polar *R* multiplicado por el ancho Δr del rectángulo polar. O sea, $A=r_{\text{prom}}\Delta r\Delta\theta$ (vea la figura a continuación).



En particular, si un rectángulo polar es bien pequeño, se puede aproximar su área usando $A=r\Delta r\Delta\theta$ para cualquier valor de *r* en el rectángulo. En la siguiente tabla se aproxima el área de un rectángulo polar de usando el radio mayor, luego usando el radio menor, y finalmente se obtiene el valor exacto del área usando el radio promedio. Llene la tabla para el rectángulo *R* dado:

	Radio	Largo de arco	Ancho	Aproximación Área
Radio mayor				
Radio menor				
Radio promedio				

2. Sea $f(x,y)=x+y$. Considere el volumen debajo de la gráfica de *f* y sobre la región *R* del plano *xy* descrita con las coordenadas polares $2\le r\le 4$, $\frac{\pi}{4}\le\theta\le\frac{\pi}{2}$
   a. Exprese la función *f* en términos de coordenadas polares.
   b. Vamos a aproximar el volumen usando dos subdivisiones en *r* y dos en θ y usando el valor mínimo para *r* y θ en cada subrectángulo polar. Dibuje la región *R* y halle r_1, r_2, θ_1 y θ_2.
   c. Use los valores que halló para r_1, r_2, θ_1 y θ_2 y llene con ellos la siguiente tabla:

Subrectángulo polar	Ancho	Largo de arco	Altura (valor de *f*)	Volumen
1				
2				
3				
4				

   d. Use la tabla para obtener un aproximado numérico del volumen.
   e. Llene la misma tabla de nuevo pero esta vez usando las variables $r_1, r_2, \theta_1, \theta_2$, Δr, y $\Delta\theta$ en vez de valores numéricos (el número de subrectángulos no debe cambiar).

Subrectángulo	Ancho	Largo de arco	Altura (valor de *f*)	Volumen
1				
2				
3				
4				

   f. Exprese el volumen que se puede obtener de la tabla anterior en la forma $\sum\sum(\ldots)r_i\Delta r\Delta\theta$. Muestre todo su trabajo.
   g. Generalice la suma de la parte anterior para expresar el valor exacto del volumen como un límite de sumas de Riemann.
   h. Evalúe la integral resultante de la parte anterior para hallar el valor exacto del volumen.

3. La densidad de plomo en una región está dada por $f(x, y) = x^2 + y^2 + x$ kg/km². La región se modela con la región polar *R* del plano *xy* dada por $1 \le r \le 5, \frac{\pi}{4} \le \theta \le \frac{3\pi}{4}$.

a. Exprese la función *f* en términos de coordenadas polares.
b. Vamos a aproximar los kilogramos de plomo en la región usando dos subdivisiones en *r* y dos en θ y usando el valor medio para *r* y θ en cada subrectángulo polar. Dibuje la región *R* y halle r_1, r_2, θ_1 y θ_2.
c. Use los valores que halló para r_1, r_2, θ_1 y θ_2 para llenar la tabla a continuación:

Subrectángulo	Ancho	Largo de arco	Densidad (valor de *f*)	Kg de plomo
1				
2				
3				
4				

d. Use la tabla para obtener un aproximado numérico de la cantidad de plomo en la región.
e. Llene la misma tabla de nuevo pero esta vez usando las variables $r_1, r_2, \theta_1, \theta_2$, Δr, y $\Delta\theta$ en vez de valores numéricos (el número de subrectángulos no debe cambiar).

Subrectángulo	Ancho	Largo de arco	Densidad (valor de *f*)	Kg de plomo
1				
2				
3				
4				

f. Exprese la cantidad de plomo que se puede obtener de la tabla anterior en la forma $\sum\sum(...)r_i\Delta r\Delta\theta$. Muestre todo su trabajo.
g. Generalice la suma de la parte anterior para expresar el valor exacto de la cantidad de plomo como un límite de sumas de Riemann.
h. Evalúe la integral resultante de la parte anterior para hallar el valor exacto de la cantidad de plomo en la región.