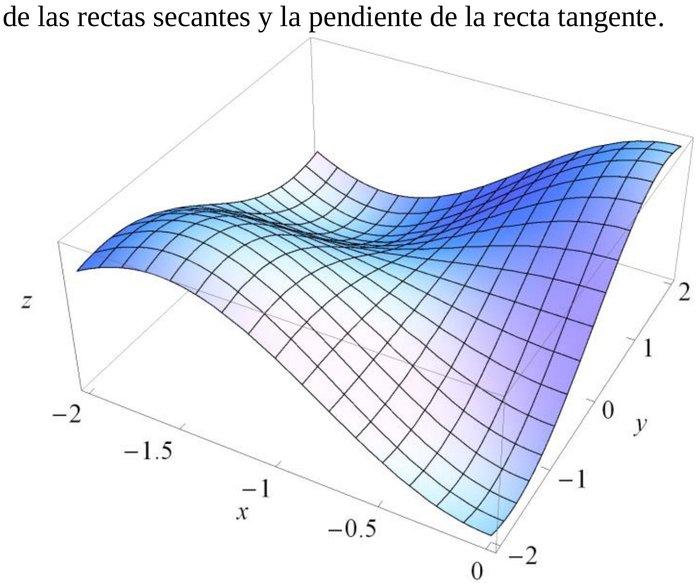
ACTIVIDAD #8 – DERIVADAS PARCIALES Y PLANO TANGENTE

Nombre:____

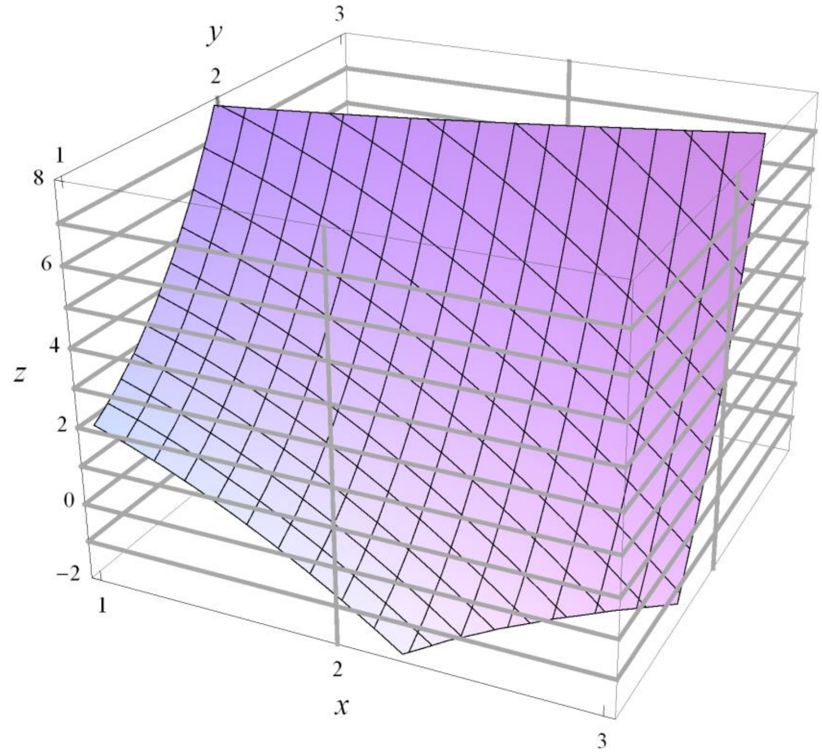
Trabajo en grupo. Todo estudiante en el grupo debe hacer todos los ejercicios y es responsable de que sus compañeros de grupo entiendan todos los ejercicios. Los puede discutir con sus compañeros de grupo y les puede ayudar a hacerlos, pero todo estudiantes es responsable de uno y cada uno de los ejercicios. Se entrega un solo trabajo por grupo.

En este trabajo se usa la siguiente convención: una recta no vertical está en **dirección *x*** cuando la coordenada y de sus puntos es constante y está en **dirección *y*** cuando la coordenada x de sus puntos es constante.

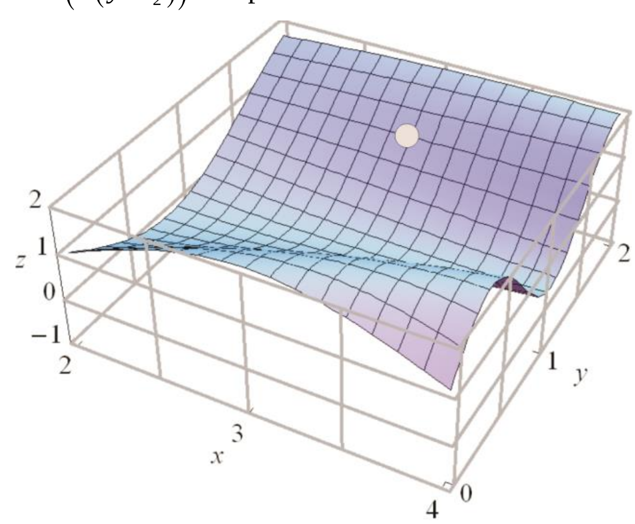
1. La siguiente es la gráfica de $f(x,y)=\cos(2x)\sin(y)$.
   a. Localice el punto $P(-\pi/2,-2,f(-\pi/2,-2))$ en la gráfica de f. (Sugerencia: $\pi/2\approx 1.57$)
   b. Use cálculo para hallar la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en el punto P. (Recuerde que una derivada es la pendiente de una recta tangente. Si usa la calculadora –aunque no debe hacer falta- recuerde ponerla en el "mode" de radianes.)
   c. Dibuje la recta tangente a la gráfica de f en el punto P y en dirección x.
   d. Recuerde que una recta secante en P en dirección x es una recta que va desde P hasta un punto $Q(-\pi/2+\Delta x,-2,f(-\pi/2+\Delta x,-2))$ en la gráfica. Dibuje las rectas secantes que corresponden a cambios horizontales de $\Delta x=1.5,\ 0.5,\ 0.05$
   e. Halle las pendientes de las rectas secantes de la parte anterior e indique cuál es la relación entre las pendientes de las rectas secantes y la pendiente de la recta tangente.



2. La siguiente es parte de la gráfica de $f(x,y)=y^3-x^2+2$.
   a. Verifique que el punto $P(1,1,2)$ está en la gráfica de f (justificando su contestación) y oscurezca el punto en la gráfica.
   b. Halle la pendiente de la recta en dirección x que es tangente a la gráfica de f en el punto $P(1,1,2)$ (use cálculo). Dibuje lo más cuidadosamente posible la recta tangente para $1\le x\le 3$ (puede hacer esto usando solamente el punto $P(1,1,2)$ y la pendiente). Su recta debe quedar en el plano $y=1$, tangente a la curva.
   c. Halle la pendiente de la recta en dirección y que es tangente a la gráfica de f en el punto $P(1,1,2)$. Dibuje lo más cuidadosamente posible la recta tangente para $1\le y\le 3$.
   d. Las dos rectas que dibujó son parte del plano tangente a la gráfica de f en el punto $P(1,1,2)$. Termine de dibujar (lo más cuidadosamente posible) el plano tangente en toda la región con $1\le x\le 3$ y $1\le y\le 3$.
   e. Halle el cambio vertical dz desde el punto $P(1,1,2)$ hasta un punto genérico (x,y,z) en el plano tangente y expréselo en términos de las variables x y y. ¿Cómo se puede usar dz para obtener la ecuación del plano tangente?



3. La gráfica de $f(x,y)=\sin\left(x\left(y-\frac{\pi}{2}\right)\right)+1$ aparece a continuación:

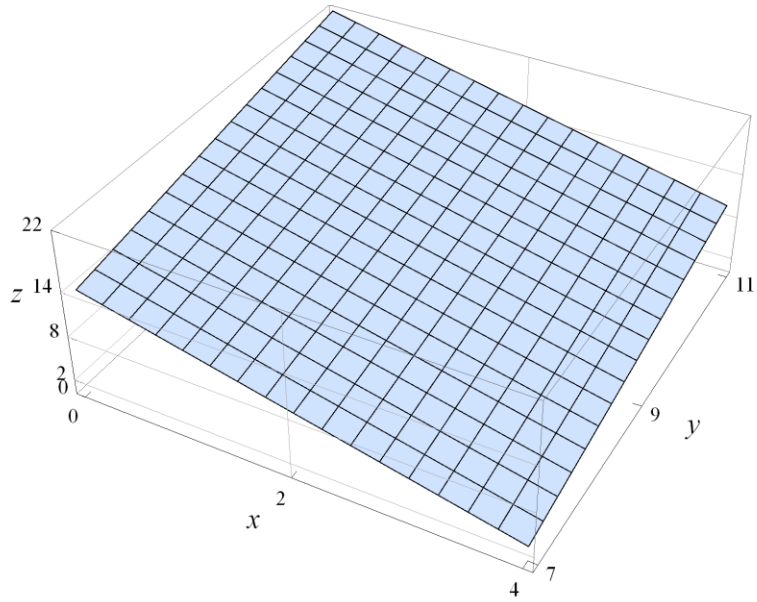


a. Se sabe que una recta tangente es un límite de rectas secantes. Dibuje en la superficie de arriba, dos rectas secantes en dirección *y* que pasan por el punto $\left(3,1.5,f\left(3,1.5\right)\right)$ (el punto marcado en la gráfica) y la recta en dirección *y* que es tangente a la gráfica en ese punto. Halle la pendiente de ésta recta tangente.

b. Dibuje en la superficie de arriba, la recta en dirección *x* que es tangente a la gráfica en el punto $\left(3,1.5,f\left(3,1.5\right)\right)$ (el punto marcado en la gráfica). Halle la pendiente de ésta recta.

c. Las dos rectas tangentes que dibujó en las partes anteriores son parte del plano tangente a la gráfica de la función en el punto $\left(3,1.5,f\left(3,1.5\right)\right)$. Halle la ecuación del plano (conoce un punto y dos pendientes).

4. La siguiente es la gráfica del plano tangente a la gráfica de $z = f(x,y)$ en el punto (2,7,8).
   a. Halle $f_x(2,7)$ y $f_y(2,7)$.
   b. Halle la ecuación del plano tangente.



5. La siguiente es una tabla del plano tangente a la gráfica de $z = f(x,y)$ en el punto (4,6,6).
   a. Halle $f_x(4,6)$ y $f_y(4,6)$.
   b. Halle la ecuación del plano tangente.

x \ y	3	6	9
2	5	2	–1
4	9	6	3
6	13	10	7

6. Halle la ecuación del plano tangente a la gráfica de $f(x,y) = \dfrac{1}{x+2y}$ en el punto $\left(2,1,f\left(2,1\right)\right)$.