



# Actividad: Estimando el área de un círculo usando simulación

## Introducción

Suponga que tengo un círculo de radio 1 y centro en  $(0,0)$  inscrito en un cuadrado cuyos vértices se ubican en los puntos  $(-1, -1)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $(1, -1)$  y  $(1, 1)$ . Con el propósito de ilustrar el uso de simulación para resolver problemas más complejos, asuma que no conocemos el área del círculo. ¿Cómo podemos estimar el área del círculo usando simulación?

Repositorio Virtual para la Enseñanza de Estadística en  
Escuela Superior en Puerto Rico

## Preguntas

1. Si genero un punto aleatorio  $(a, b)$  dentro del cuadrado, ¿cómo determino si el punto cae dentro del círculo?
2. Si genero 1,000 puntos aleatorios distribuidos uniformemente dentro del cuadrado, ¿cómo estimo la probabilidad de que un punto caiga dentro del círculo?
3. Si sabemos el área del cuadrado y la probabilidad de que un punto caiga dentro del círculo, ¿cómo estimo el área del círculo?

Área del Cuadrado = \_\_\_\_\_

Área Estimada del Círculo = \_\_\_\_\_

## Actividad

- Primero, vamos a generar un número aleatorio de una distribución uniforme sobre el intervalo  $(-1,1)$  usando Excel. Estos números representan las coordenadas  $(x,y)$  del punto aleatorio. Para generar un punto aleatorio  $x$  entre  $(-1,1)$ , ingrese el límite inferior y superior en las columnas B y C, como se muestra en la Figura 1. En la columna D calcule la cantidad  $b-a$ . Ahora en la celda E3 ingrese la fórmula  $=\$B\$2+RAND()*\$D\$2$  y oprima Enter. Esta fórmula le generará un número aleatorio para la coordenada  $x$  en el intervalo deseado. La función  $RAND()$  genera un número aleatorio entre 0 y 1.

	A	B	C	D	E
1		a	b	b-a	x
2		-1	1	2	
3	Numero aleatorio				$=\$B\$2+RAND()*\$D\$2$

Figura 1. Fórmula para generar un número aleatorio entre dos números  $a$  y  $b$ .

Copie la fórmula anterior hacia abajo tantas celdas como números quiera generar. En la Figura 2 se muestran 5 números aleatorios para  $x$ .

	A	B	C	D	E
1		a	b	b-a	x
2		-1	1	2	
3	Numero aleatorio				0.53346
4					-0.31598
5					0.808377
6					0.858413
7					0.878546

Figura 2. Números aleatorios para  $x$ .

Repita el mismo procedimiento para  $y$ . Escriba el punto  $(x, y)$  que obtiene en la Tabla 1.

- Para determinar si el punto cae dentro del círculo, usaremos la fórmula de la ecuación del círculo  $(x^2 + y^2) < 1$ . Ingrese en la celda G3 la fórmula  $=IF(E3^2+F3^2<1,1,0)$  y oprima Enter. Esta fórmula mostrará 1 si el punto está dentro del círculo y 0 si el punto está afuera. Copie la fórmula anterior hacia abajo tantas celdas como números había generado.

	A	B	C	D	E	F	G
1		a	b	b-a	x	y	¿Dentro del círculo?
2		-1	1	2			Si=1, No=0
3	Numero aleatorio				0.53346	0.830949	$=IF(E3^2+F3^2<1,1,0)$
4					-0.31598	0.141069	
5					0.808377	0.191849	
6					0.858413	-0.83072	
7					0.878546	0.863393	

Figura 3. Fórmula para saber si un punto aleatorio cae dentro de un círculo de radio 1 y centro  $(0, 0)$ .

Repositorio Virtual para la Enseñanza de Estadística y Probabilidad en Escuela Superior (RepASA)

3. Copie las fórmulas de los pasos 1 y 2 para 30 puntos. Luego, calcule el número total de puntos que cayeron dentro del círculo con la fórmula =SUM(G3:G32) como se muestra en la figura 4.

	A	B	C	D	E	F	G
26				24	-0.453	0.183	1
27				25	-0.746	-0.768	0
28				26	-0.913	0.616	0
29				27	0.319	-0.766	1
30				28	-0.518	-0.1	1
31				19	-0.003	0.52	1
32				30	0.38	-0.879	1
33						Puntos dentro del círculo	=SUM(G3:G32)

Figura 4. Fórmula para obtener el número total de puntos que cayeron dentro del círculo.

4. Use la información de la tabla anterior para estimar la probabilidad de que un punto caiga dentro del círculo.

Probabilidad de que un punto caiga dentro del círculo = \_\_\_\_\_

5. Estime el área del círculo usando los resultados de la simulación.

Área Estimada del Círculo = \_\_\_\_\_

6. Repita el ejercicio 3) para 100 puntos aleatorios.

7. Use la información de la tabla anterior para estimar la probabilidad de que un punto caiga dentro del círculo.

Probabilidad de que un punto caiga dentro del círculo = \_\_\_\_\_

8. Estime el área del círculo usando los resultados de la simulación.

Área Estimada del Círculo = \_\_\_\_\_