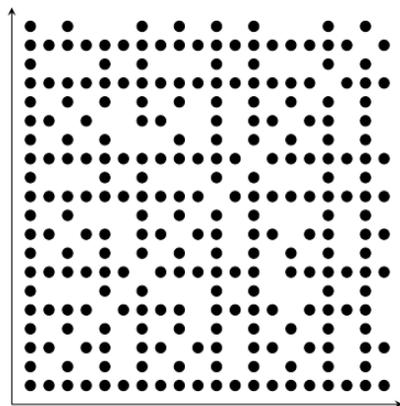


THE DEPARTMENT OF MATHEMATICAL SCIENCES PROUDLY PRESENTS

COLLOQUIUM

August-December, 2024

Una prueba topológica de la infinitud de los números primos



Jhixon Macías

UPR-Mayaguez

Noviembre 14
10:45 am
Monzón 201



Actualmente existen más de 200 pruebas distintas del célebre teorema de Euclides sobre la infinitud de los números primos. Entre ellas, existe una muy particular: la prueba topológica de Hillel Furstenberg publicada en *The American Mathematical Monthly* en el año 1955, que hasta inicios del 2024 era la única de su tipo.

En este colloquium revisaremos la prueba de Furstenberg, y presentaremos una nueva prueba topológica de la infinitud de los números primos. Para esto último:

1. Dotaremos al conjunto de los números naturales con la topología τ generada por la colección $\mathcal{B} := \{\sigma_n : n \in \mathbb{N}\}$ donde $\sigma_n := \{m \in \mathbb{N} : \gcd(n, m) = 1\}$.
2. Demostraremos que la infinitud de los números primos es equivalente a que estos sean densos en (\mathbb{N}, τ) .
3. Probaremos que la clausura de los números primos en (\mathbb{N}, τ) es \mathbb{N} .

Finalmente, deduciremos algunas propiedades del espacio (\mathbb{N}, τ) , por ejemplo, que no es un espacio de Kolmogorov, es hiperconexo, ultraconexo, etc.