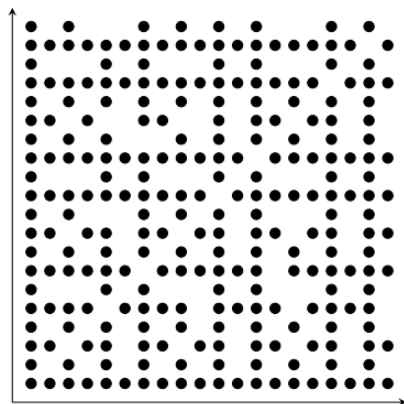


THE DEPARTMENT OF MATHEMATICAL SCIENCES PROUDLY PRESENTS

# COLLOQUIUM

August-December, 2024

## Una prueba topológica de la infinitud de los números primos



Jhixon Macías

UPR-Mayaguez

**Noviembre 14**  
**10:45 am**  
**Monzón 201**



Actualmente existen más de 200 pruebas distintas del célebre teorema de Euclides sobre la infinitud de los números primos. Entre ellas, existe una muy particular: la prueba topológica de Hillel Furstenberg publicada en *The American Mathematical Monthly* en el año 1955, que hasta inicios del 2024 era la única de su tipo.

En este colloquium revisaremos la prueba de Furstenberg, y presentaremos una nueva prueba topológica de la infinitud de los números primos. Para esto último:

1. Dotaremos al conjunto de los números naturales con la topología  $\tau$  generada por la colección  $\mathcal{B} := \{\sigma_n : n \in \mathbb{N}\}$  donde  $\sigma_n := \{m \in \mathbb{N} : \gcd(n, m) = 1\}$ .
2. Demostraremos que la infinitud de los números primos es equivalente a que estos sean densos en  $(\mathbb{N}, \tau)$ .
3. Probaremos que la clausura de los números primos en  $(\mathbb{N}, \tau)$  es  $\mathbb{N}$ .

Finalmente, deduciremos algunas propiedades del espacio  $(\mathbb{N}, \tau)$ , por ejemplo, que no es un espacio de Kolmogorov, es hiperconexo, ultraconexo, etc.